International Journal of Engineering, Mathematical and Physical Sciences
ISSN: 2517-9934
Vol:10, No:10, 2016

# Integral Methods in the Determination of Temperature Fields of Cooled Blades of Gas Turbines

Ardil C.

# Интегральные Методы в Определении Температурных Ролей Охлаждаемых Лопаток Газовых Турбин

Ардил Дж.

***Abstract***—A mathematical model and an effective numerical method for calculating the temperature field of the profile part of convection cooled blades have been developed. The theoretical substantiation of the method is proved by corresponding theorems. To this end, convergent quadrature processes were developed and error estimates were obtained in terms of the Zygmund continuity moduli.The boundary conditions for heat exchange are determined from the solution of the corresponding integral equations and empirical relations.The reliability of the developed methods is confirmed by the calculation-experimental studies of the thermohydraulic characteristics of the nozzle apparatus of the first stage of a gas turbine.

***Keywords***—Integral methods, determination of temperature fields, cooled blades, gas turbines.

***Аннотация***—Разработаны математическая модель и эффективный численный метод расчета температурного поля профильной части конвективно охлаждаемых лопаток. Теоретическое обоснование метода доказано соответствующими теоремами. Для этого были разработаны сходящиеся квадратурные процессы и получены оценки погрешностей в терминах модулей непрерывности А.Зигмунда. Граничные условия теплообмена определены из решения соответствующих интегральных уравнений и эмпирических соотношений. Достоверность разработанных методик подтверждена расчетно-экспериментальными исследованиями теплогидравлических характеристик соплового аппарата I ступени газовой турбины.

***Ключевые слова***—Интегральные методы, определении температурных ролей, охлаждаемых лопаток, газовых турбин.

## I. Введение

ПЕРСПЕКТИВА существенного повышения к.п.д. силовых установок летательных аппаратов (ЛА) и снижение расхода топлива непосредственно связаны с увеличением параметров рабочего процесса авиационных газотурбинных двигателей (АГТД) и, в первую очередь, температуры и давления газа в турбинах. Поэтому, в процессе совершенствования удельных параметров АГТД следует стремиться к освоению предельных стехиометрических температур горения топливовоздушной смеси, т.к. удельная тяга АГТД при прочих равных условиях увеличивается почти пропорционально росту температуры газа перед турбиной $T_{\Gamma}^{*}$ [2], [6], [11]-[16].

Освоение высоких $T_{\Gamma}^{*}$ в газовых турбинах (ГТ) современных АГТД идет по нескольким направлениям [2], [11]-[15], [23]: первое – это создание новых металлических сплавов с улучшенными жаропрочными и жаростойкими свойствами; второе – разработка металлокерамических, керамических и спеченных материалов; третье – это разработка эффективных систем охлаждения (СО) элементов ГТ.

Приоритетным направлением исследований по тепловой защите элементов АГТД, и в первую очередь лопаток газовых турбин, на сегодняшний день является разработка эффективных систем охлаждения [6], [15], [16], которые обеспечивая требуемый теплоотвод должны поддерживать температуру металла в допустимых пределах и равномерное ее распределение для исключения остаточных напряжений [6], [9], [15], [18].

Ввиду сравнительной простоты конструкции и надежности эксплуатации, в АГТД единственной практически применяемой является воздушная открытая СО, с применением которого определилось 3 направления организации тепловой защиты элементов ГТ: конвективного,конвективно-пленочного заградительного) и проникающего (пористого) охлаждений [6], [9], [18]. В указанном порядке возрастают и максимальные уровни глубин охлаждения, достигнутые в выполненных конструкциях охлаждаемых лопаток.

Следует отметить, что получение требуемых глубин

C. Ardil is with National Academy of Aviation, Baku, Azerbaijan.

охлаждения в современных АГТД в пределах 500ч550 град. достигается довольно высокой ценой – 3.5-4%-ным расходом воздуха в рабочих и 7-8%-ным в сопловых лопатках по отношению к расходу газа через турбину. В целом на охлаждение турбины современного АГТД расходуется до 16-18% циклового воздуха, а в некоторых случаях и более. Наряду с этим, с применением СО лопаток связано возникновение дополнительных потерь, снижающих к.п.д. охлаждаемой турбины по сравнению с неохлаждаемой. В результате выигрыш по топливной экономичности от повышения значений $T_{\Gamma}^{*}$ и $\pi_{\kappa}^{*}$ в двигателе в определенной степени обесценивается потерями, обусловленными применением СО.

Однако, особенности условий теплоотдачи в элементах ГТД, такие как сложная геометрия теплонапряженных деталей, большие перепады температур, высокие скорости движения рабочего тела, нестационарность процессов теплообмена, а также эксплуатация АГТД в близких к предельным режимах, не позволяют решить задачу разработки рациональной СО в строгой постановке [15], [18]. В телах сложной формы с различными конфигурацией, количеством и расположением охлаждающих каналов, т.е. в многосвязных областях с переменными во времени и по координатам граничными условиями даже раздельное решение задач гидродинамики и теплообмена является делом далеко непростым. И это при том, что с повышением $T_{\Gamma}^{*}$ требования к точности конечных результатов возрастают, что в свою очередь требует разработки и применения достаточно эффективных математических моделей и численных методов для проведения многократных и многовариантных расчетов с условиями многокритериальной оптимизации.

Использование численных методов вызвано сложностью решения этих задач, заключающемся в их существенной нелинейности и произвольной геометрии расчетной области, которая, как правило, описывается дискретными функциями.

При этом широкое распространение получили метод конечных разностей (МКР), метод конечных элементов (МКЭ), метод граничных интегральных уравнений (МГИУ) (или его дискретный аналог-метод граничных элементов МГЭ). Кроме перечисленных, применяются и другие, например вероятностный метод или метод Монте-Карло и вариационный метод Треффттца (Спэрроу). Обзор исследований имеется.

В настоящее время наиболее эффективным считается МГИУ (или метод теории потенциала-МТП), хорошо зарекомендовавший себя при рассмотрении многосвязных областей сложной конфигурации вследствие ряда преимуществ, таких, как понижение геометрической размерности задачи на единицу (так как расчет температурного поля производится только на границе), учет сложных (переменных) граничных условий, расширение класса рассматриваемых кривых (до жордановых), описывающих форму лопатки и охлаждающих каналов.

## II. Теорема

В классической постановке дифференциальное уравнение теплопроводности, описывающее в общем случае нестационарный процесс распространения теплоты в многомерной области при наличии внутренних источников (стоков) теплоты $q_v$, при сложных краевых условиях и зависимости входящих в уравнение коэффициентов от искомой температуры, координат и времени (уравнение Фурье–Кирхгофа) имеет вид [8], [13], [18]:

$$\frac{\partial(\rho C_v T)}{\partial t} = div(\lambda\, grad\,\mathrm{T}) + q_v, \tag{1}$$

где $\rho, C_v$ и $\lambda$ - соответственно плотность, теплоемкость и теплопроводность материала, $q_v$ – внутренний источник или сток тепла, а T – искомая температура. По результатам исследований установлено [7], [8], [18], что температурное состояние профильной части лопатки с радиальными охлаждающими каналами может с достаточной степенью точности определено как двумерное. Кроме того, полагая постоянство физических свойств, отсутствие внутренних источников (стоков) теплоты, температурное поле при стационарных условиях будет зависеть только от формы тела и от распределения температуры на контуре (границах) тела [7], [8], [18]. В этом случае уравнение (1) будет иметь вид:

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \tag{2}$$

Для определения конкретных температурных полей в элементах газовых турбин чаще задаются граничные условия третьего рода, характеризующие теплообмен между телом и окружающей средой на основе гипотезы Ньютона-Римана [7], [8], [23]:

$$\alpha_0 (T_0 - T_{\gamma_0}) = \lambda \frac{\partial T_{\gamma_0}}{\partial n} \tag{3}$$

характеризует количество теплоты, передаваемое конвекцией от газа к единице поверхности лопатки и отводимое теплопроводностью в тело лопатки;

$$-\lambda \frac{\partial T_{\gamma_i}}{\partial n} = \alpha_i (T_{\gamma_i} - T_i) \tag{4}$$

характеризует количество теплоты, отводимое конвекцией охладителя, которое передается теплопроводностью материала лопатки на поверхность охлаждающих каналов. Здесь: $T_0$ – температура среды $T_i$

при i=0, т.е. температура газа, омывающего лопатку ($i=\overline{0,M}$ - количество контуров); $T_i$ – температура среды при $i=\overline{1,M}$, т.е. температура охладителя (M-количество контуров); $T_{\gamma_0}$ - температура на контуре $T_{\gamma_i}$ при $i=0$, (наружный контур лопатки); $T_{\gamma_i}$ - температура на контуре при $i=\overline{1,M}$ (контура охлаждающих каналов); $\alpha_0$ - коэффициент теплоотдачи от газа к поверхности лопатки (при $i=0$); $\alpha_i$ - коэффициент теплоотдачи от лопатки к охлаждающему воздуху (при $i=\overline{1,M}$); λ - коэффициент теплопроводности материала лопатки; n - внешняя нормаль на контуре исследуемой области.

Рассмотрим применение МГИУ для решения задачи определения температурного поля конвективно охлаждаемых лопаток газовых турбин авиационных двигателей.

Функция T=T(x,y), непрерывная со своими производными до второго порядка, удовлетворяющая уравнению Лапласа в рассматриваемой области, включая ее контур $\Gamma=\bigcup_{i=0}^{M}\gamma_i$ является гармонической. Следствием интегральной формулы Грина для исследуемой гармонической функции T=T(x,y) является соотношение:

$$T(x,y)=\frac{1}{2\pi}\int_{\Gamma}[T_{\Gamma}\frac{\partial(\ell nR)}{\partial n}-\ell nR\frac{\partial T_{\Gamma}}{\partial n}]ds, \quad (5)$$

где R – переменное при интегрировании расстояние между точкой K(x,y) и “бегущей” по контуру точкой k, $T_{\Gamma}$ –температура на контуре Г. Значение температуры в некоторой k -ой точке, лежащей на границе, получается как предельное при приближении точки k(x,y) к границе

$$T_k=\frac{1}{2\pi}\left[\int_{\Gamma}T_{\Gamma}\frac{\partial(\ell nR_k)}{\partial n}ds-\int_{\Gamma}\frac{\partial T_{\Gamma}}{\partial n}\ell nR_k ds\right] \quad (6)$$

С учетом введенных граничных условий (3)-(4), после приведения подобных членов и ввода новых коэффициентов соотношение (6) можно представить в виде линейного алгебраического уравнения, вычисляемого для точки k:

$$\varphi_{k1}T_{\gamma_{01}}+\varphi_{k2}T_{\gamma_{02}}+\ldots+\varphi_{kn}T_{\gamma_{0m}}-\varphi_{k\gamma_0}T_0-\varphi_{k\gamma_i}T_i-2\pi T_k=0 \quad (7)$$

где n-количество участков разбиения наружного контура лопатки $\ell_{\gamma_0}$ ($\ell_{\gamma_i}$ при i=0) на малые отрезки $\Delta S_0$ ($\Delta S_i$ при i=0), m – количество участков разбиения наружных контуров всех охлаждающих каналов $\ell_{\gamma_i}$ (i=1,M) на малые отрезки $\Delta S_i$.

Заметим, что неизвестными в уравнении (7) кроме искомого истинного значения $T_k$ в точке k являются также, средние на отрезках разбиения контуров $\Delta S_0$ и $\Delta S_i$ температуры $T_{\gamma_{01}},T_{\gamma_{02}},\ldots,T_{\gamma_{0n}},\ldots,T_{\gamma_{im}}$ (общим числом n+m).

Из соотношения (7) получим искомую температуру для любой точки, пользуясь формулой (5):

$$T(x,y)=\frac{1}{2\pi}[\varphi_{k1}T_{\gamma_{01}}+\varphi_{k2}T_{\gamma_{02}}+\ldots+\varphi_{kn}T_{\gamma_{0n}}+\ldots+\varphi_{km}T_{\gamma_{im}}-\varphi_{k\gamma_0}T_{c0}-\varphi_{k\gamma_i}T_{ci}] \quad (8)$$

где

$$\varphi_{k1}=\int_{\Delta S_{01}}\frac{\partial(\ell nR_k)}{\partial n}ds-\frac{\alpha_{01}}{\lambda_1}\int_{\Delta S_{01}}\ell nR_k ds$$

. . . . .

$$\varphi_{kn}=\int_{\Delta S_{0m}}\frac{\partial(\ell nR_k)}{\partial n}ds-\frac{\alpha_{0m}}{\lambda_m}\int_{\Delta S_{0m}}\ell nR_k ds$$

$$\varphi_{k\gamma_0}=\frac{\alpha_{01}}{\lambda_1}\int_{\Delta S_{01}}\ell nR_k ds+\ldots+\frac{\alpha_{0n}}{\lambda_n}\int_{\Delta Sn}\ell nR_k ds$$

$$\varphi_{k\gamma_{ii}}=\frac{\alpha_{01}}{\lambda_1}\int_{\Delta S_{i1}}\ell nR_k ds+\ldots+\frac{\alpha_{im}}{\lambda_m}\int_{\Delta S_{im}}\ell nR_k ds$$

В отличие от [7], [8], где дискретизация контура $\gamma_i\ (i=\overline{1,M})$ производилась большим количеством дискретных точек и интегралы, входящие в уравнения в виде логарифмических потенциалов, рассчитывались приближенно, заменяясь следующими соотношениями:

$$\int_{\Delta S_{\gamma_i}}\frac{\partial(\ell nR_k)}{\partial n}ds\approx\frac{\partial(\ell nR_k)}{\partial n}\Delta S_{\gamma_i} \quad (9)$$

$$\int_{\Delta S_{\gamma_i}}\ell nR_k ds\approx\ell nR_k\Delta S_{\gamma_i}, \quad (10)$$

(здесь $\Delta S_{\gamma_i}\in L=\bigcup_{i=0}^{M}l_i;\ l_i=\int_{\gamma_i}ds$) предлагается новый подход к применению метода граничных интегральных уравнений.

В отличие от [7], [8] мы предлагаем решить краевую задачу (2)-(4) следующим образом.

Полагаем, что распределение температуры T(x,y) будем отыскивать в следующем виде:

$$T(x,y)=\int_{\Gamma}\rho\ell nR^{-1}ds \quad (11)$$

где $\Gamma=\bigcup_{i=0}^{M}\gamma_i$ -простые гладкие жордановые замкнутые кривые; M-количество охлаждаемых каналов; $\rho=\bigcup_{i=0}^{M}\rho_i$ -

плотность логарифмического потенциала равномерно распределенного по $\gamma_i$; $S=\bigcup_{i=0}^{M} s_i$ - дуговая координата от точки ($x_i$, $y_i$).

При этом кривые $\Gamma=\bigcup_{i=0}^{M}\gamma_i$ положительно ориентированы и заданы в параметрическом виде: x(s), y=y(s), s∈[0, L]; $L=\int_{\Gamma} ds$ .

Используя метод теории потенциала (метод граничных интегральных уравнений) и выражение (11), задачу (2)-(4) приведем к следующей системе граничных интегральных уравнений:

$$\rho(s)-\frac{1}{2\pi}\int_{\Gamma}(\rho(s)-\rho(\xi))\frac{\partial}{\partial n}\ell nR(s,\xi)d\xi=\frac{\alpha_i}{2\pi\lambda}(T-\int_{\Gamma}\rho(s)\ell nR^{-1}ds) \tag{12}$$

где $R(s,\xi)=((x(s)x(\xi))^2+(y(s)y(\xi))^2)^{1/2}$

Для вычисления сингулярных интегральных операторов, входящих в (12) исследованы дискретные операторы логарифмического потенциала простого и двойного слоя, показана их связь и получены оценки в терминах модулей непрерывности (оценки типа оценок А.Зигмунда).

Пусть выполняется условие

$$\int_0 \frac{\omega_\xi(x)}{x}<+\infty$$

и уравнение (12) имеет решение $f^*\in C_\Gamma$ (множество непрерывных на Г функций). Тогда ∃ $N_0\in N=\{1,2\ldots\}$ такое, что $\forall N>N_0$ дискретная система, полученная из (12) на основе использования дискретного оператора логарифмический потенциал двойного слоя (изучены его свойства), имеет единственное решение $\{\hat{f}_{j_k}^{(N)}\}$, $k=\overline{1,m_j}$; $j=\overline{1,n}$;

$$|f_{jk}^*-\hat{f}_{jk}^{(N)}|\le C(\Gamma)\Big(\int_0^{\varepsilon_N}\frac{\omega_\xi(x)\,\omega_{f^*}(x)}{x}dx+$$
$$+\varepsilon\int_{\varepsilon_N}^{L/2}\frac{\omega_\xi(x)\,\omega_{f^*}(x)}{x}dx+\omega_{f^*}(\|\tau_N\|)\int_0^{L/2}\frac{\omega_{f^*}(x)}{x}dx+$$
$$+\|\tau_N\|\int_{\varepsilon_N}^{L/2}\frac{\omega_{f^*}(x)}{x}dx\Big),$$

где C(Γ) – константа, зависящая только от $\|\tau_N\|_{N=1}^{\infty}$ - последовательность разбиений Г; $\{\varepsilon_N\}_{N=1}^{\infty}$ - последовательность положительных чисел таких, что пара ($\|\tau_N\|,,\varepsilon_N$) удовлетворяет условию $2<\varepsilon\|\tau\|^{-1}<p$.

Пусть $\varepsilon\in\in\left(0,d/2\right)$ где d - диаметр Г, и разбиение $\tau$ таково, что выполняет условие

$$p'\ge\delta/\|\tau\|\ge 2$$

Далее для всех $\psi\in C_\Gamma$ ($C_\Gamma$ - пространство всех функций непрерывных на Г)

и $z\in\Gamma$, ($z=x+iy$)

$$\left|\left(I_{\tau,\varepsilon}f\right)(z)-\tilde{f}(z)\right|\le C(\Gamma)\left(\|f\|_C\varepsilon\ln\frac{2d}{\varepsilon}+\omega_f(\|\tau\|)+\|\tau\|\ln\frac{2d}{\varepsilon}+\|f\|_C\omega_Z(\|\tau\|)\right);$$

$$\left|\left(L_{\tau,\varepsilon}f\right)(z)-\tilde{f}(z)\right|\le\left(C(\Gamma)\int_0^{\varepsilon}\frac{\omega_f(x)\omega_l(x)}{x^2}dx+\omega_f(\|\tau\|)\int_{\varepsilon}^{d}\frac{\omega_l(x)}{x}dx+\|\tau\|\int_{\varepsilon}^{d}\frac{\omega_f(x)}{x^2}dx\right)$$

где

$$\left(L_{\tau,\varepsilon}f\right)(z)=\sum_{z_{m,e\in\tau(z)}}\left(\frac{f(z_{k,e+1})+f(z_{k,e})}{2}-f(z)\right)\cdot$$
$$\frac{(y_{k,e+1}-y_{k,e})(x_{k,e}-x)-(x_{k,e+1}-x_{k,e})(y_{k,e}-y)}{|z-z_{k,e}|^2}+\pi f(z)$$

$\left(L_{\tau,\varepsilon}f\right)(z)$-двухпараметрическая (зависит от параметров τ и e) квадратурная формула для логарифмического потенциала двойного слоя; $\tilde{f}(z)$- оператор логарифмического потенциала двойного слоя; C(Γ) – постоянная, зависящая только от Г; $\omega_f(x)$-модуль непрерывности функции f;

$$\left(I_{\tau,\varepsilon}f\right)(z)=\sum_{z_{m,e\in\tau(z)}}\frac{f(z_{k,j+1})+f(z_{k,j})}{2}\cdot\ln\frac{1}{|z_{k,j}-z|}\left|z_{k,j+1}-z_{k,j}\right|$$

$\left(I_{\tau,\varepsilon}f\right)(z)$ -двухпараметрическая (зависит от параметров τ и e) квадратурная формула для логарифмического потенциала простого слоя; $\tilde{f}(z)$- оператор логарифмического потенциала простого слоя;

$$z_{k,e}\in\tau,\ z_{k,e}=x_{k,e}+iy_{k,e}\ ,$$
$$\tau(z)=\left\{z_{k,e}\,\middle|\,|z_{k,e}-z|>\varepsilon\right\},$$
$$\tau_k=\{z_{k,1},\ldots,z_{k,m_k}\},\ z_{k,1}\le z_{k,2}\le\ldots\le z_{k,m_k}\ ,$$
$$\|\tau\|=\max_{j\in(1,m_k)}\left|z_{k,j+1}-z_{k,j}\right|$$

и разработаны эффективные с точки зрения реализации на компьютерах численные методы, базирующиеся на

сконструированных двухпараметрических квадратурных процессах для дискретных операторов логарифмических потенциалов двойного и простого слоя (оценены их систематические погрешности, математически обоснованы методы квадратур для приближенного решения граничных уравнений Фредгольма I и II рода с использованием регуляризации по Тихонову и доказаны соответствующие теоремы) [10], [17].

Требование постоянства температуры по длине сечения можно выполнить либо путем поддерживания повышенных температур охладителя $T_B$ лишь в тех участках, где происходит увеличение $\alpha_B$, либо рациональным перераспределением расхода воздуха $G_B$ внутри лопатки с учетом неравномерности теплоподвода со стороны газа.

Однако, определение оптимальных значений температуры $T_B$ и расхода $G_B$ охладителя требует решения обратной задачи теплопроводности. Для этого нужно найти сначала решение прямой задачи теплопроводности при граничных условиях III рода со стороны газа и граничных условиях I рода со стороны охлаждающего воздуха. В качестве граничных условий I рода следует задать такие значения температуры стенки лопатки со стороны воздуха $T_{ЛВ}$, которые соответствуют оптимальным. Т.е. в основе нахождения оптимальных температур лежит многокоатное решение задачи распределения температуры с учетом тепловых потоков и заданных температур каналов охлаждения.

При заданных или известных оптимальных значениях температуры $T_i$ на границе $\gamma_i$ в отличие от граничных условий третьего рода (3)-(4) данная задача должна быть решена со смешанными граничными условиями первого и третьего рода:

$$\frac{\partial T_{\gamma_0}}{\partial n} = \frac{\alpha_0}{\lambda}\left(T_0 - T_{\gamma_0}\right), \tag{13}$$

$$T(x,y)\big|_{\gamma_i} = T_i, \ \left(i = \overline{1,M}\right) \tag{14}$$

где $T_i$ - известная оптимальная температура стенки лопатки со стороны охлаждающего воздуха.

Распределение температуры $T(x,y)$ в этом случае будем отыскивать в следующем виде:

$$T(x,y) = \int_{\gamma_0} \rho_0(S_0)\ln R_0^{-1} dS_0 + \sum_{i=1}^{M} \int_{\gamma_i} \mu_i(S_i)\frac{\partial}{\partial n}\ln R_i^{-1} dS_i \tag{15}$$

где:

$$R_i = \left(\left(x - x_i(S_i)\right)^2 + \left(y - y_i(S_i)\right)^2\right)^{1/2}, \ \left(i = \overline{0,M}\right).$$

Потребуем выполнения граничных условий (18), (19). После соответствующих преобразований получим

$$\rho_0(S_0) - \frac{1}{2\pi\gamma_0}\int\left(\rho_0(S_0) - \rho_0(\xi_0)\right)\frac{\partial}{\partial n}\ln R_0^{-1}(S_0,\xi_0)d\xi_0 + \frac{1}{2\pi}\sum_{i=1}^{M}\int_{\gamma_i}\mu_i(S_i)\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial}{\partial n}\ln R_i^{-1} dS_i = \frac{\alpha_0}{2\pi\lambda}\left(T_0 - \int_{\gamma_0}\rho_0(S_0)\ln R_0^{-1} dS_0 - \sum_{i=1}^{M}\int_{\gamma_i}\mu_i(S_i)\frac{\partial}{\partial n}\ln R_i^{-1} dS_i\right) \tag{16}$$

$$\mu_i(S_i) - \frac{1}{2\pi\gamma_i}\int\left(\mu_i(S_i) - \mu_i(\xi_i)\right)\frac{\partial}{\partial n}\ln R_i^{-1}(S_i,\xi_i)d\xi_i - \frac{1}{2\pi}\sum_{\substack{i=1\\ j\neq 1}}^{M}\int_{\gamma_0}\mu_j(S_j)\frac{\partial}{\partial n}\ln R_j^{-1} dS_j - \frac{1}{2\pi\gamma_0}\int\rho_0(S_0)\ln R_0^{-1} dS_0 = T_i \qquad \left(i = \overline{1,M}\right), \tag{17}$$

Таким образом, задача распределения температурного поля по сечению лопатки газовых турбин сводится к решению системы граничных интегральных уравнений Фредгольма II рода с операторами логарифмических потенциалов двойного и простого слоя.

Интеграл

$$\int_{\gamma_i} \mu_i(S_i)\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial}{\partial n} ln\, R_i^{-1} dS_i \tag{18}$$

является не особенным и разрешается в обычных квадратурах.

Теоретическое обоснование метода произведено на основе применения метода теории потенциала (метода граничных интегральных уравнений). Для этого были разработаны сходящиеся квадратурные процессы и получены оценки погрешностей в терминах модулей непрерывности А.Зигмунда. Численное решение (16), (17) разработано с использованием вышеприведенных квадратурных формул для логарифмических потенциалов двойного и простого слоя на основе метода последовательных приближений по аналогичной методике, приведенной.

Точность вычисления температурных полей охлаждаемых деталей в большинстве определяется достоверностью закладываемых в расчет граничных условий теплообмена.

Для расчета скорости газового потока по обводу профиля лопатки использованы методы прямых задач гидродинамики решеток, основанные на численной реализации интегральных уравнений с особенностью. Задача сведена к решению граничных интегральных уравнений для составляющих комплексного потенциала течения – потенциала скорости $\varphi$ и функции тока $\psi$, отличающихся от существующих [1], [3], [4] эффективностью при численной реализации.

Поле скоростей в области течения решетки профилей можно рассчитать, продифференцировав значения потенциала скорости по обводу, найденные из решения интегрального уравнения:

уравнения:

$$\varphi\left(x_k, y_k\right) = V_\infty\left(x_k \cos\alpha_\infty + y_k \sin\alpha_\infty\right) \pm \frac{1}{2\pi}\Gamma\theta_B \mp \frac{1}{2\pi}\oint_{S+}\varphi\left(S\right)d\theta$$

где $\varphi(x_k, y_k)$-значение потенциала скорости; $V_\infty$ - средневекторная скорость набегающего потока; $\alpha_\infty$ - угол между вектором $\overline{V}_\infty$ и осью решетки профилей; $\Gamma$ - циркуляция скорости; $\theta_B$- соответствует выходной кромке профиля.

Распределение потенциала скорости по контуру получается из решения следующей системы линейных алгебраических уравнений:

$$\varphi_j \pm \sum_{i=1}^{n}\varphi_i\left(\theta_{j,i+1} - \theta_{j,i-1}\right) = V_\infty\left(x_{k\,j}\cos\alpha_\infty + y_{k\,j}\sin\alpha_\infty\right) \pm \frac{1}{2\pi}\Gamma\theta_{j,B}$$

где $i = 2n-1$, $j = 2n$, $n$ - количество участков.

Значения скорости газового потока определяются дифференцированием потенциала скорости по контуру $s$, т.е. $V(s) = d\varphi/ds$ с использованием следующих формул численного дифференцирования [21]:

$$V_i = \frac{1}{12\Delta s}\left(3\varphi_{i+1} + 10\varphi_i - 18\varphi_{i-1} + 6\varphi_{i-2} - \varphi_{i-3}\right)$$

- для выходной и входной кромок;

$$V_i = \frac{1}{12\Delta s}\left((\varphi_{i-2} - \varphi_{i+2}) - 8(\varphi_{i-1} - \varphi_{i+1})\right)$$

- для спинки и корыта.

Распределение скорости по обводу профиля, в отличие от [1,3], можно определить, решив также интегральное уравнение, полученное для функции тока $\psi$:

$$\psi = V_\infty\left(y\cos\alpha_\infty - x\sin\alpha_\infty\right) \mp \frac{1}{2\pi}\oint_{S+} V\ln\sqrt{sh^2\frac{\pi}{t}\left(x - x_k\right) + \sin^2\frac{\pi}{t}\left(y - y_k\right)}ds$$

приводя его к следующему алгебраическому виду:

$$\psi = \psi_\infty \mp \frac{1}{2\pi}\sum_{i=1}^{n}V_i\ln\left\{\sqrt{sh^2\left[\frac{2\pi}{t}\left(x - x_k\right)\right] - \sin^2\left[\frac{2\pi}{t}\left(y - y_k\right)\right]}\right\}\Delta s_i$$

где $\psi_\infty = V_\infty\left(y\cos\alpha_\infty - x\sin\alpha_\infty\right)$.

Расчетные данные распределения скорости по обводу являются исходными для определения внешних условий теплообмена.

Для расчетов локальных значений $\alpha_\Gamma$ в качестве основы принят метод ЦКТИ, разработанный Л.М. Зысиной – Моложен, в котором используется интегральное соотношение энергии для теплового пограничного слоя, записанное в переменных А.А. Дородницына, позволяющее в единообразной форме представить решения для ламинарного, переходного и турбулентного пограничных слоев [6], [8], [9], [18]. Для внесения поправок в базовое значение $\alpha_\Gamma$ использованы подтвержденные расчетно-экспериментальным путем рекомендации ЦКТИ и ХПИ [9].

При определении внутренних граничных условий теплообмена используется взаимосвязь внутренних геометрических и гидродинамических моделей с тепловыми, характеризующими температурное поле тела лопатки. Комплекс параметров, объединяющий в себе теплогидравлические и геометрические характеристики системы охлаждения, имеет вид [5], [9], [15]:

$$\alpha_B \cdot F_B = f\left(\alpha_\Gamma, Q_\Gamma, T_{\Gamma Л}, T_{ВЛ}, \lambda_B, \mu_B, \lambda_Л\right)$$

При этом, по сути выполняется оптимизационная задача с предварительным заданием допустимых по условиям прочности температур стенок с газовой $T_{\Gamma Л}$ и воздушной $T_{ВЛ}$ сторон с учетом ее предельной неравномерности.

Задача внутренней гидродинамики системы охлаждения рассмотрена на примере лопатки со вставным перфорированным дефлектором.

Для тонкостенных дефлекторных лопаток с поперечным течением воздуха поиск оптимальной конструкции системы охлаждения предварительно осуществляется путем выявления перегретых участков. Для определения местных коэффициентов теплоотдачи охладителя $\alpha_B$ следует располагать предварительным распределением потока в охлаждающих каналах. Значение расхода воздуха $G_B$ на охлаждение отдельных участков и всей тонкостенной оболочки дефлекторной лопатки можно определить по следующей зависимости:

$$G_B = \frac{\mu_B F_B}{d_B}\left(\frac{d_B}{\lambda_B \cdot C}\right)^{\frac{1}{n}}\left[\frac{\alpha_\Gamma\left(\psi_\Gamma - 1\right)\kappa_\phi}{1 - \frac{2Bi\left(\psi_\Gamma - 1\right)\kappa_\phi}{1 + \kappa_\phi} - \psi_B}\right]^{\frac{1}{n}},$$

где $\psi_\Gamma$, $\psi_B$- температурные коэффициенты газа и воздуха; $\kappa_\phi$- коэффициент формы; $d_B$- характерный размер в формуле $\mathrm{Re}_B$; $\mu_B, \lambda_B$- коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности охладителя; $Bi$- критерий Био для стенки лопатки; $F_B$ - суммарная площадь прохождения воздуха; $C, n$ - коэффициент и показатель степени в критериальном соотношении теплоотдачи $Nu_B = C\,\mathrm{Re}_B^n$ для рассматриваемого участка охлаждения.

Для определения потокораспределения в системе охлаждения лопатки строится эквивалентная гидравлическая схема (ЭГС).

При составлении ЭГС весь тракт течения охладителя делится на множество взаимосвязанных участков - типовых элементов (каналов), для каждого из которых есть возможность однозначно определить значения коэффициентов гидравлического сопротивления. Места соединения типовых элементов в ЭГС заменяются узловыми точками, в которых течение, слияние и разделение потока охладителя предположительно происходит без изменения давления. Типовые элементы и узловые точки соединяют между собой в той же последовательности, что и участки СО.

Течение охладителя в разветвленных сетях описывается 1-м законом Кирхгофа [5], [9], [18]:

$$f_1 = \sum_{j=1}^{m} G_{ij} = \sum_{j=1}^{m} sign(\Delta p_{ij}) k_{ij} \sqrt{\Delta p_{ij}}; \quad i = 1,2,3...n \qquad (19)$$

где $G_{ij}$ - расход охладителя на ветке $i-j$, $m$ - количество веток, присоединенных к $i$-му узлу, $n$ - число внутренних узлов гидравлической сети, $\Delta p_{ij}$ - перепад полного давления охладителя на ветке $i-j$. В этой формуле коэффициент гидравлической проводимости ветки ($i-j$) определяется следующим образом [5], [9]:

$$k_{ij} = \sqrt{2 f_{ij}^2 \cdot p_{ij} / \xi_{ij}}, \qquad (20)$$

где $f_{ij}, p_{ij}, \xi_{ij}$ - соответственно, средняя площадь поперечного сечения канала ($i-j$), плотность потока охладителя на данном участке и суммарный коэффициент гидравлического сопротивления ветви.

Система нелинейных алгебраических уравнений (13) решается методом Зейделя с ускорением по следующей формуле [5], [9]:

$$p_i^{k+1} = p_i^k - f_i^k / (\partial f / \partial p)^k,$$

где $k$ - номер итерации, $p_i^k$ - давление охладителя в $i$-м участке гидравлической сети. Коэффициенты гидравлического сопротивления, $\xi_{ij}$ входящие в (14) можно определить по эмпирическим соотношениям, имеющимся в специальной литературе [5], [9].

Для расчета теплообмена в каналах систем охлаждения лопаток в основном пользуются критериальными соотношениями. Значение $\alpha_B$ в области входной кромки лопатки с внутренним сегментным оребрением, обдуваемой воздухом одним рядом круглых струй через отверстия в носике дефлектора, рассчитывается зависимостью [5], [9]:

$$Nu = C \operatorname{Re}^{0.98} \operatorname{Pr}^{0.43} / (L / b_{equ}),$$

$b_{equ} = \pi d_0^2 / 2t_0$ - ширина эквивалентной по площади щели; $d_0$, $t_0$ - диаметр и шаг отверстий в носовой части дефлектора. Критерий $\operatorname{Re}$ в данной формуле определяется по скорости струи на выходе через отверстия дефлектора, в качестве характерного размера принимается длина внутреннего обвода входной кромки $L$.

На участках струйного обдува поверхностей, кроме зоны входной кромки можно воспользоваться эмпирической зависимостью [9]:

$$Nu = 0.018\left(0.36\bar{\delta}^2 - 0.34\bar{\delta} + 0.56 - 0.1\bar{h}\right)\bar{S}_x \cdot (G_c f_k / G_k f_c)^k \cdot \operatorname{Re}^{0.8} \qquad (21)$$

где: $\bar{\delta} = \delta / d$ - относительная толщина дефлектора; $\bar{h} = h/d$ - относительная высота канала между дефлектором и стенкой лопатки; $\bar{S} = S/d$ - относительный шаг системы струй; $d$ – диаметр перфорации; $k = 0.25 + 0.5\bar{h}$. Критерий $\operatorname{Re}$ в формуле (15) определяется по гидравлическому диаметру поперечного канала $L = 0.75 - 0.45\bar{\delta}$ и скорости потока охладителя за зоной перфорации дефлектора.

При расчетах в каждом итерационном процессе следует производить проверку пропускной способности тракта охлаждения по полному давлению на выходе, подсчитанного соответственно, через потери полного давления и приведенную скорость истечения воздуха из лопатки с учетом его подогрева.

Таким образом, обеспечение необходимого значения коэффициента теплоотдачи $\alpha_B$ производится путем варьирования комплексом геометрических параметров схемы охлаждения и режимных параметров охладителя [5], [9], [18].

## III. Выводы

Разработанные методики профилирования, расчета температурных полей и параметров охладителя в системах охлаждения реализованы при проведении расчетно-экспериментальных исследований термического состояния соплового аппарата I ступени турбины высокого давления газотурбинной установки ГТН-6У ОАО “Уралтурбо” (г. Екатеринбург, Россия). При этом использованы следующие геометрические данные профиля и режимные параметры газового потока, полученные расчетным путем: шаг решетки - $t = 41.5 мм$, скорость газа на входе в решетку - $V_1 = 156 м/с$, скорость газа на выходе из решетки - $V_2 = 512 м/с$, приведенная скорость газа на выходе - $\lambda_{1ад} = 0.891$; угол входа газового

потока - $\alpha_1 = 0.7^0$, температура и давление газа: на входе в ступень - $T_г^* = 1333\,K$, $p_г^* = 1.2095 \cdot 10^6\,Па$, на выходе из ступени - $T_{г1} = 1005\,K$, $p_{г1} = 0.75 \cdot 10^6\,Па$.

Получена геометрическая модель лопатки (рис.1), а также графики распределений скорости $V$ и коэффициента теплоотдачи газа $\alpha_г$ вдоль обвода профиля (Рис. 2).

Разработаны геометрическая модель (Рис. 3) и эквивалентная гидравлическая схема тракта охлаждения (Рис. 4). Определены основные параметры охладителя в системе охлаждения и температурное поле сечения лопатки (Рис. 5).

Достоверность методик подтверждена экспериментальными исследованиями теплогидравлических характеристик лопаток в лаборатории «Турбиностроение» (Санкт-Петербург, Россия). Методики показали высокую эффективность при многократных и многовариантных расчетах конвективно охлаждаемых лопаток газовых турбин [10], [15], на основе которых предложен способ модернизации системы охлаждения лопатки за счет реконструкции дефлектора.

Применение более совершенных методов расчета температурных полей элементов газовых турбин является одной из актуальных проблем двигателестроения. Эффективность этих методов в итоге оказывает непосредственное влияние на эксплуатационную технологичность и надежность элементов конструкций, а также на приемистость самого двигателя.

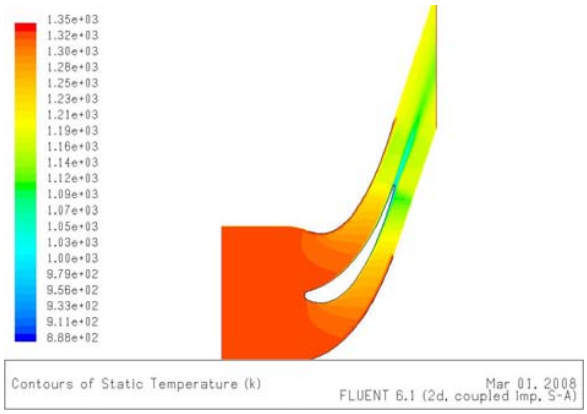


Рис. 1 Получена геометрическая модель лопатки

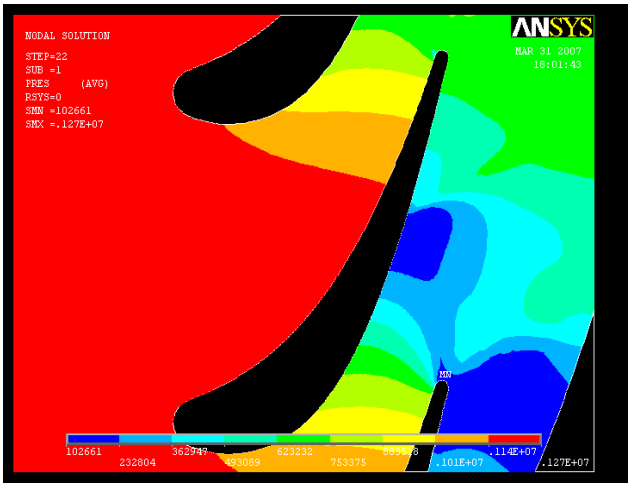


Рис. 2 графики распределений скорости и коэффициента теплоотдачи газа вдоль обвода профиля

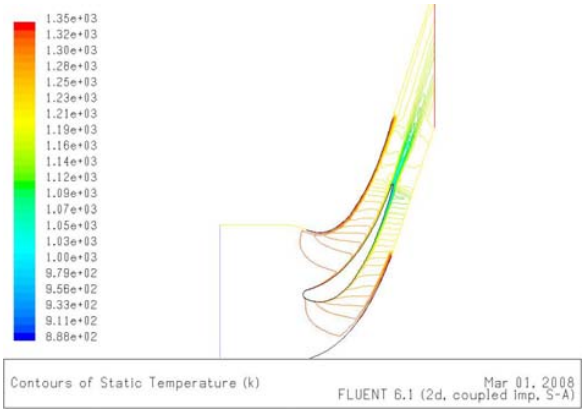


Рис. 3 Разработаны геометрическая модель

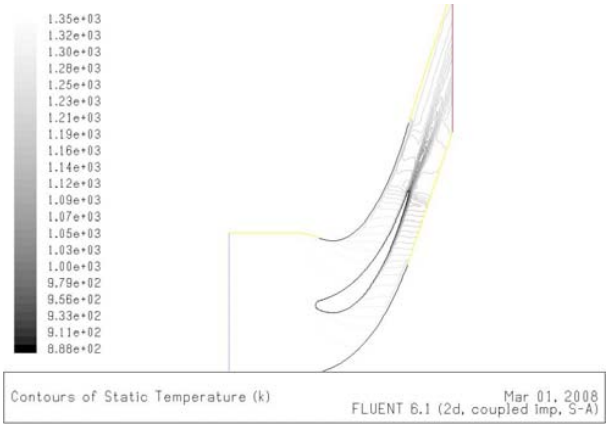


Рис. 4 эквивалентная гидравлическая схема тракта охлаждения

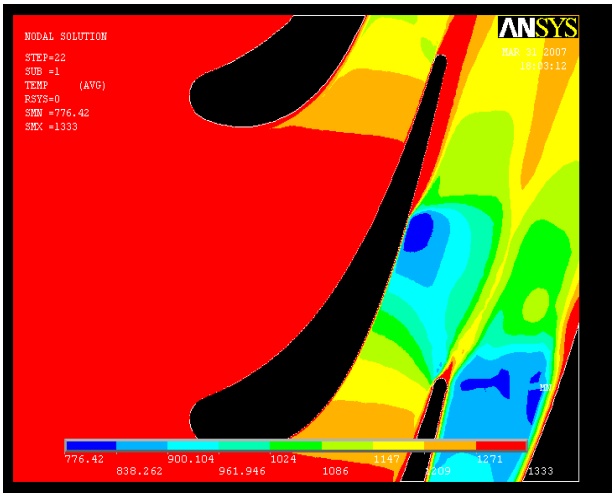


Рис. 5 Определены основные параметры охладителя в системе охлаждения и температурное поле сечения лопатки

## Список Литературы

[1] Аронов Б.М., Жуковский М.И., Журавлев В.А. Профилирование лопаток авиационных газовых турбин. М.: Машиностроение , 1975, 191с.

[2] Бекнев В.С., Епифанов В.М., Леонтьев А.И., Осипов М.И., Панков О.М., Шабаров А.Б., Янсон Р.А. Газовая динамика. Механика жидкости и газа. Под общей ред. А.И.Леонтьева. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997, 671с.

[3] Бойко А.В. Оптимальное проектирование проточной части осевых турбин. Харьков, “Вища школа”, 1982, 151с.

[4] Вохмянин С.М., Роост Э.Г., Богов И.А. Программный комплекс COLD для расчета систем охлаждения лопаток газовых турбин. Расчет параметров охладителя. С-ПБ.: Международная Академия Наук Высшей Школы. Санкт-Петербургское отделение.1996, 71с.

[5] Галицейский Б.М., Совершенный В.Д., Формалев В.Ф., Черный М.С. Тепловая защита лопаток турбин. М.: изд-во МАИ, 1996, 356 с.

[6] Голубева О.И. К определению температурного поля лопаток газовых турбин. / Труды ЦИАМ №129. М.: Оборонгиз, 1947, 16с.

[7] Зысина-Моложен Л.М., Зысин Л.В., Поляк М.П. Теплообмен в турбомашинах. Л.: Машиностроение, 1974, 336с.

[8] Копелев С.З., Слитенко А.Ф. Конструкция и расчет систем охлаждения ГТД. Под. Ред. Слитенко А.Ф. Харьков; Изд-во “Основа” при Харьк. Ун-те, 1994, 240с.

[9] Пашаев А.М., Аскеров Д.Д., Садыхов Р.А. Моделирование температурных полей в авиационных газотурбинных двигателях. Труды ЦАГИ им. Н.Е. Жуковского, вып. 2661. М.: изд-во ЦАГИ, 2003, 16 с.

[10] Пашаев А.М., Аскеров Д.Д., Садыхов Р.А. Моделирование температурных полей в элементах газотурбинных двигателей. Труды X Междун. научно-технич. конфер. “Машиностроение и техносфера XXI века”. Севастополь, 2003, с.26-30.

[11] Пашаев А.М., Садыхов Р.А., Самедов А.С. Моделирование температурных полей лопаток газовых турбин. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия “Машиностроение”. Вып. 38, №1, 2000, с.70-77.

[12] Пашаев А.М., Садыхов Р.А, Самедов А.С., Ардил Д. Численное моделирование температурных полей в элементах авиационных газовых турбин. Научный вестник МГТУ Гражданской Авиации, серия «Эксплуатация воздушного транспорта и ремонт авиационной техники. Безопасность полетов» №85 (3), с.109-120. М.: МГТУ ГА, 2005.

[13] Садыхов Р.А. К численному решению интегральных уравнений Фредгольма II рода с логарифмической особенностью. М.,1984. Деп. ВИНИТИ №6601-84. 19с

[14] Садыхов Р.А., Самедов А.С. Моделирование температурных полей элементов газовых турбин. Ученые записки Аз.ТУ. Том VI, №5. Баку, изд-во Аз.ТУ, 1998, с.234-239.

[15] Теплообменные устройства газотурбинных и комбинированных установок / Н.Д. Грязнов, В.М. Епифанов, В.Л. Иванов, Э.А. Манушин. М.: Машиностроение, 1985, 360с.

[16] Теплоотдача в охлаждаемых деталях газотурбинных двигателей летательных аппаратов / В.И. Локай, М.Н. Бодунов, В.В. Жуйков, Ф.В. Щукин. М.: Машиностроение, 1995, 216с.

[17] A. Pashayev, D. Askerov, R. Sadiqov, A.Samedov, C. Ardil. Modeling of Gas Turbine Cooled Blades. Proceedings of 8th Biennial ASME Conference on Engineering Systems Design and Analysis (ESDA 2006) July 4-7, 2006, Torino, Italy.

[18] Pashayev A.M., Sadykhov R.A., Hajiev C.M. The BEM Application in development of Effective Cooling Schemes of Gas Turbine Blades. 6th Bienial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, Istanbul, Turkey, July, 8-11, 2002.