International Journal of Mechanical, Industrial and Aerospace Sciences
ISSN: 2517-9950
Vol:8, No:12, 2014

Modeling of Temperature Fields of Gas Turbine Blades by Considering Heat Flow and Specified Temperature

C. Ardil

Моделирование Температурных Полей Лопаток Газовых Турбин с Учетом Тепловых Потоков и Заданных Температур

Дж. Ардил

Abstract**—**A new mathematical model for calculating the temperature field of the profile part of the cooled blades of gas turbines is developed. The theoretical substantiation of the method is based on the application of the method of potential theory (the method of boundary integral equations). The effectiveness of the implementation of the developed mathematical model is confirmed on the basis of a computational experiment.

Keywords**—**Modeling of temperature fields, gas turbine blades, integral methods, cooled blades, gas turbines.

Аннотация**—**Разработана новая математическая модель расчета температурного поля профильной части охлаждаемых лопаток газовых турбин. Теоретическое обоснование метода произведено на основе применения метода теории потенциала (метода граничных интегральных уравнений). Эффективность реализации разработанной математической модели подтверждена на основе вычислительного эксперимента.

Ключевые слова**—**Моделирование температурных полей лопаток газовых турбин, интегральные методы.

I. Введение

ПОВЫШЕНИЕ к.п.д. силовых установок летательных аппаратов и снижение расхода топлива непосредственно связаны с увеличением температуры и давления газа в турбинах авиационных двигателей. Однако с повышением температуры газа T_Γ^* перед турбиной требования к точности конечных результатов возрастают, т.е. погрешность расчета температур должна быть не более 2% - 3%. Другими словами, при допустимой в АГТД температуре металла $T_{доп.}$=(1100... 1300)К, присущей для жаропрочных и жаростойких сплавов на никелевой или кобальтовой основе, абсолютная погрешность расчета температуры должна быть в пределах (20 ... 30) К [1-8].

Добиться этого трудно. Особенно в телах сложной формы с различным количеством и расположением охлаждающих каналов, имеющих сложную конфигурацию, т. е. в многосвязных областях с переменными во времени и по координатам граничными условиями даже раздельное решение задач теплопроводности, разветвленных гидравлических цепей и определение напряженного состояния является делом далеко не простым. Несмотря на ряд допущений, каждая из этих задач требует для своей реализации применения современных и достаточно совершенных математических методов.

В этой связи рассмотрим эффективность применения одного из таких методов - метода граничных интегральных уравнений (МГИУ) для решения задач теплопроводности в конвективно охлаждаемых лопатках ГТ.

C. Ardil is with National Aviation Academy, Baku, Azerbaijan.

II. Теорема

В классической постановке дифференциальное уравнение теплопроводности, описывающее в общем случае нестационарный процесс распространения теплоты в многомерной области при наличии внутренних источников (стоков) теплоты q_v, при сложных краевых условиях и зависимости входящих в уравнение коэффициентов от искомой температуры, координат и времени (уравнение Фурье-Кирхгофа) имеет вид:

$$\frac{\partial\left(\rho c_v T\right)}{\partial t} = div\,(\lambda \text{ grad } T) + q_v \qquad (1)$$

где ρ, c_v и λ - соответственно плотность, теплоемкость и теплопроводность материла, q_v - внутренний источник или сток тепла, а T - искомая температура.

По результатам исследований установлено [2], [4], [8], что температурное состояние профильной части лопатки с радиальными охлаждающими каналами или полых со вставным дефлектором может с достаточной степенью точности определено, как двумерное. Кроме того, если полагать постоянство физических свойств, отсутствие внутренних источников (стоков) теплоты, то температурное поле при стационарных условиях будет зависеть только от формы тела и от распределения температуры на контуре (границах) тела. В этом случае уравнение (1) будет иметь вид:

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \qquad (2)$$

В практике решения задач, связанных с определением температурных полей в элементах ГТ, омываемых потоком высокоэнтальпийного газа, чаще всего задают граничные условия третьего рода, характеризующие теплообмен между телом и окружающей средой на основе гипотезы Ньютона – Римана [2], [5], [9], [10]. В таком случае эти граничные условия запишутся следующим образом:

$$\alpha_Г (T_Г - T_{ЛГ}) = \lambda \frac{\partial T_{ЛГ}}{\partial n} \qquad (3)$$

- характеризует количество теплоты, передаваемое конвекцией от газа к единице поверхности лопатки и отводимой теплопроводностью в тело лопатки;

$$-\lambda \frac{\partial T_{ЛВ}}{\partial n} = \alpha_B (T_{ЛВ} - T_B) \qquad (4)$$

- характеризует количество теплоты, отводимой конвекцией охладителя, которое передается теплопроводностью материала лопатки на поверхность охлаждающих каналов. Здесь $\alpha_Г$, α_B - коэффициенты теплоотдачи, соответственно, газа и охладителя (воздуха), $T_Г, T_B$ - соответственно, температуры потока газа, омывающего лопатку и охладителя; $T_{ЛГ}$, $T_{ЛВ}$ - соответственно, температуры стенки лопатки с газовой и воздушной сторон; λ – коэффициент теплопроводности материала лопатки ; n – внешняя нормаль на контуре исследуемой области.

Для решения краевой задачи (2)-(4) наиболее широкое распространение получили четыре численных метода - метод конечных разностей (МКР), метод конечных элементов (МКЭ), вероятностный метод (ВМ) (или метод Монте - Карло) и метод граничных интегральных уравнений (МГИУ) (или его дискретный аналог – метод граничных элементов (МГЭ)).

Из вышеуказанных для решения данной задачи наиболее эффективным является МГИУ (или метод теории потенциала (МТП)) в силу ряда преимуществ, основными из которых считаются [5]-[8]:

– понижение геометрической размерности задачи на единицу (расчет температурного поля в отличие от других методов производится только на границе);
– учет сложных (переменных) граничных условий ;
– расширение класса рассматриваемых кривых (до жордановых), описывающих форму лопатки и охлаждающих каналов;
– особенно МГИУ хорошо себя зарекомендовал при рассмотрении многосвязных областей сложной конфигурации.

Функция $T = T(x, y)$ непрерывная со своими производными до второго порядка, удовлетворяющая уравнению Лапласа в рассматриваемой области, включая ее контур γ, является гармонической. Следствием интегральной формулы Грина для исследуемой гармонической функции $T = T(x, y)$ является соотношение:

$$T(x, y) = \frac{1}{2\pi} \oint_{\gamma} \left[T_\gamma \frac{\partial (\ell n R)}{\partial n} - \ell n R \left(\frac{\partial T_\gamma}{\partial n} \right) \right] ds \qquad (5)$$

где R – переменное при интегрировании расстояние между точкой $K(x, y)$ и «бегущей» по контуру точкой k; $T\gamma$ – температура на контуре γ. Значение температуры в некоторой k-ой точке, лежащей на границе, получается как предельное при приближении точки $K(x, y)$ к границе:

$$T = T_k = \frac{1}{2\pi} \left[\oint_{\gamma} T_\gamma \frac{\partial (\ell n R_k)}{\partial n} ds - \oint_{\gamma} \frac{\partial T_{\gamma_k}}{\partial n} \ell n R_k ds \right] \qquad (6)$$

С учетом введенных граничных условий (3), (4), после приведения подобных членов и ввода новых коэффициентов соотношение (6) можно представить в виде линейного алгебраического уравнения, вычисляемого для точки k :

$$\varphi_{k1} T_{\gamma_{01}} + \varphi_{k2} T_{\gamma_{02}} + \ldots + \varphi_{kn} T_{\gamma_{0n}} + \ldots + \varphi_{km} T_{\gamma_{im}} - \varphi_{k\gamma_0} T_0 - \varphi_{k\gamma_i} T_i - 2\pi T_k = 0 \qquad (7)$$

где n-количество участков разбиения наружного контура лопатки ℓ_{γ_0} (ℓ_{γ_i} при i=0) на малые отрезки ΔS_0 (ΔS_i при i=0), m-количество участков разбиения наружных контуров всех охлаждающих каналов ℓ_{γ_i} ($i = \overline{1, M}$) на малые отрезки ΔS_i; $i = \overline{O, M}$ - количество контуров; $T_0 = T_Г$; $T_i = T_B$.

Заметим, что неизвестными в уравнении (7), кроме искомого истинного значения T_k в точке k, являются

International Journal of Mechanical, Industrial and Aerospace Sciences
ISSN: 2517-9950
Vol:8, No:12, 2014

также средние на отрезках разбиения контуров ΔS_0 и ΔS_i значения температур $T_{\gamma_{01}}, T_{\gamma_{02}}, \ldots, T_{\gamma_{0m}}$ и $T_{\gamma_{i1}}, T_{\gamma_{i2}}, \ldots, T_{\gamma_{im}}$ (общим числом $n+m$).

Из соотношения (7) можно получить искомую температуру для любой точки, пользуясь формулой (5):

$$T(x,y)=\frac{1}{2\pi}[\varphi_{k1}T_{\gamma_{01}}+\varphi_{k2}T_{\gamma_{02}}+\ldots+\varphi_{kn}T_{\gamma_{0n}}+\ldots+\varphi_{km}T_{\gamma_{im}}-\varphi_{k\gamma_0}T_Г-\varphi_{k\gamma_i}T_B] \quad (8)$$

где

$$\varphi_{k1}=\int_{\Delta S_{01}}\frac{\partial(\ell nR_k)}{\partial n}ds-\frac{\alpha_{01}}{\lambda_1}\int_{\Delta S_{01}}\ell nR_k ds$$

....

$$\varphi_{kn}=\int_{\Delta S_{on}}\frac{\partial(\ell nR_k)}{\partial n}ds-\frac{\alpha_{on}}{\lambda_1}\int_{\Delta S_{on}}\ell nR_k ds;$$

....

$$\varphi_{km}=\int_{\Delta S_{im}}\frac{\partial(\ell nR_k)}{\partial n}ds-\frac{\alpha_{im}}{\lambda_m}\int_{\Delta S_{im}}\ell nR_k ds$$

$$\varphi_{k\gamma_0}=\frac{\alpha_{01}}{\lambda_1}\int_{\Delta S_{01}}\ell nR_k ds+\ldots+\frac{\alpha_{0n}}{\lambda_n}\int_{\Delta S_{0n}}\ell nR_k ds,$$

$$\varphi_{k\gamma_i}=\frac{\alpha_{i1}}{\lambda_1}\int_{\Delta S_{i1}}\ell nR_k ds+\ldots+\frac{\alpha_{im}}{\lambda_m}\int_{\Delta S_{im}}\ell nR_k ds$$

где $\alpha_o=\alpha_Г$ при $i=0$; $\alpha_i=\alpha_B$ при $i=\overline{1,M}$.

В представленном виде решение краевой задачи теплопроводности (2)-(4) по расчету температурного поля конвективно охлаждаемой лопатки ГТ впервые дано О.И Голубевой [9] и развито в работах Л.М.Зысиной-Моложен [10].

Однако, в этих работах дискретизация контура γ_i ($i=\overline{O,M}$) производилась большим количеством дискретных точек и интегралы, входящие в уравнения в виде логарифмических потенциалов, рассчитывались приближенно, заменяясь следующими соотношениями:

$$\int_{\Delta S_{\gamma_i}}\frac{\partial(\ell nR_k)}{\partial n}ds\approx\frac{\partial(\ell nR_k)}{\partial n}\Delta S_{\gamma_i} \quad (9)$$

$$\int_{\Delta S_{\gamma_i}}\ell nR_k ds\approx\ell nR_k\Delta S_{\gamma_i} \quad (10)$$

(здесь $\Delta S_{\gamma_i}\in\ell_\gamma=\bigcup_{i=0}^{M}\ell_{\gamma_i}$).

В силу этого, приемлемая точность решения поставленной задачи в данном случае достигается путем увеличения дискретизации границ, то есть точек разбиения контуров с целью удовлетворения соотношений (9) и (10). При таком подходе происходит значительное расширение системы уравнений при относительно малом повышении точности решения. Наряду с этим, особо следует учитывать многократность и многовариантность проводимых расчетов в процессе исследования сравнительной эффективности получения максимально равномерных температурных полей в лопатке.

Поэтому, в отличие от [9] и [10], для решения краевой задачи (2)-(4) разработана несколько другая методика, в которой граничные условия (3) и (4) записываются в едином обобщенном виде [5]-[8]:

$$\alpha_i\left(T_{\Phi i}-T_{\gamma_i}\right)=\lambda\frac{\partial T_{\gamma_i}}{\partial n}, \quad (11)$$

где $T_{\Phi i}$ - температура флюида (среды), принимающая следующие значения:

$$T_{\Phi_i}=\begin{cases}T_Г-\text{температура газа при } i=0\\ T_В-\text{температура охладителя при } i=\overline{1,M}\end{cases}$$

В свою очередь, как и в предыдущем случае, $i=\overline{0,M}$ - количество контуров; $i=0$ - характеризует наружный контур профиля лопатки (обвод с газовой стороны); $i=\overline{1,M}$ - характеризует контура охлаждающих каналов (обводы со стороны охлаждающего воздуха); $\alpha_0=\alpha_Г$ при $i=0$; $\alpha_i=\alpha_B$ при $i=\overline{1,M}$.

С целью решения задачи (2), (11) с применением МГИУ необходимо построить функцию $T=T(x,y)$, непрерывную со своими производными до второго порядка и удовлетворяющую уравнению Лапласа (2) в рассматриваемой области, т.е. являющейся гармонической.

В этой связи распределение температуры $T(x,y)$ будем отыскивать в виде

$$T(x,y)=\sum_{i=0}^{M}\int_{\gamma_i}\rho_i(s_i)\ell nR_i^{-1}ds_i, \quad (12)$$

где γ_i - замкнутые гладкие несамопересекающиеся ориентированные жордановые кривые, не имеющие общих точек и представляемые в параметрическом виде; M - количество охлаждающих каналов; ρ_i - плотность логарифмического потенциала простого слоя, равномерно распределенного по γ_i;

$$R_i=\left[(x-x_i(s_i))^2+(y-y_i(s_i))^2\right]^{1/2}; \quad (x_i(s_i);y_i(s_i))\in\gamma_{s_i}$$

s_i - дуговая координата точки (x_i, y_i).

При этом кривые γ_i $(i=\overline{0,M})$ положительно ориентированы и заданы в параметрическом виде:

$$x_i = x_i(s_i), \quad y_i = y_i(s_i), \quad s_i \in [0, \ell_i],$$

где $\ell_i = \int\limits_{\gamma_i} ds_i$ – длина контура γ_i.

Очевидно, что построенная таким образом функция $T(x,y)$ удовлетворяет уравнению Лапласа (2) и на границе γ_i $(i=\overline{0,M})$ она непрерывна.

Предельные значения производной температуры по нормали при подходе к контуру γ_i изнутри и извне соответственно равны:

$$\frac{\partial T_{\gamma_i}^{\pm}}{\partial n} = \mp \pi \rho_i + \sum_{j=0}^{M} \int\limits_{\gamma_j} \rho_j \frac{\partial}{\partial n} \ln R_j^{-1} ds_j, \tag{13}$$

где индекс «+» означает предельные значения температуры при подходе к γ_i изнутри, а индекс «-» - извне. Требуя выполнения граничного условия (11) и после соответствующих преобразований можно получить:

$$\pi\rho_i - \int\limits_{\gamma_i} \rho_i \frac{\partial}{\partial n} \ln R_i^{-1} ds_i - \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{M} \int\limits_{\gamma_i} \rho_j \frac{\partial}{\partial n} \ln R_j^{-1} ds_j = \frac{\alpha_i}{\lambda} \left(T_{\Phi_i} - \int\limits_{\gamma_i} \rho_i \ln R_i^{-1} ds_i - \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{M} \rho_j \ln R_j^{-1} ds_j \right) \tag{14}$$

учитывая, что:

$$\int\limits_{\gamma_i} \frac{\partial}{\partial n} \ln R_i^{-1} ds_i = \pi,$$

полученное интегральное уравнение (14) примет вид [6], [7]:

$$\rho_i(s_i) - \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\gamma_i} \left(\rho_i(s_i) - \rho_i(\xi_i)\right) \frac{\partial}{\partial n} \ln R_i^{-1}(s_i, \xi_i) d\xi_i - \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{M} \int\limits_{\gamma_j} \rho_j(s_j) \frac{\partial}{\partial n} \ln R_j^{-1}(s_j) ds_j = \frac{\alpha_i}{2\pi\lambda} \times$$
$$\times \left(T_{\Phi_i} - \int\limits_{\gamma_i} \rho_i(s_i) \ln R_i^{-1}(ds_i) - \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{M} \int\limits_{\gamma_j} \rho_j(s_j) \frac{\partial}{\partial n} \ln R_j^{-1}(s_j) ds_j \right) \tag{15}$$

где

$$R_i(s_i, \xi_i) = \left[\left(x_i(s_i) - x_i(\xi_i)\right)^2 + \left(y_i(s_i) - y_i(\xi_i)\right)^2\right]^{1/2}.$$

Таким образом, задача распределения температурного поля по сечению лопаток газовых турбин сводится к решению граничного интегрального уравнения Фредгольма II рода (15) с операторами логарифмического потенциала двойного (16) и простого (17) слоя

$$\int\limits_{\gamma_i} \left(\rho_i(s_i) - \rho_i(\xi_i)\right) \frac{\partial}{\partial n} \ln R_i^{-1}(s_i, \xi_i) d\xi_i, \tag{16}$$

$$\int\limits_{\gamma_i} \rho_i(s_i) \ln R_i^{-1}(s_i) ds_i. \tag{17}$$

Разработанный подход к моделированию температурного поля лопатки можно применить для случая, когда известны оптимальные значения температуры T_i на границе γ_i. В отличие от граничных условий третьего рода (3)-(4) данная задача должна быть решена со смешанными граничными условиями первого и третьего рода:

$$\frac{\partial T_{\gamma_0}}{\partial n} = \frac{\alpha_0}{\lambda}\left(T_0 - T_{\gamma_0}\right), \tag{18}$$

$$T(x,y)\big|_{\gamma_i} = T_i, \ \left(i = \overline{1,M}\right) \tag{19}$$

где T_i - известная оптимальная температура стенки лопатки со стороны охлаждающего воздуха.

Распределение температуры $T(x,y)$ в этом случае будем отыскивать в следующем виде:

$$T(x,y) = \int\limits_{\gamma_0} \rho_0(S_0) \ln R_0^{-1} dS_0 + \sum_{i=1}^{M} \int\limits_{\gamma_i} \mu_i(S_i) \frac{\partial}{\partial n} \ln R_i^{-1} dS_i, \tag{20}$$

где:

$$R_i = \left(\left(x - x_i(S_i)\right)^2 + \left(y - y_i(S_i)\right)^2\right)^{1/2}, \ \left(i = \overline{0,M}\right).$$

Потребуем выполнения граничных условий (18), (19). После соответствующих преобразований получим

$$\rho_0(S_0) - \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\gamma_0} \left(\rho_0(S_0) - \rho_0(\xi_0)\right) \frac{\partial}{\partial n} \ln R_0^{-1}(S_0, \xi_0) d\xi_0 + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{M} \int\limits_{\gamma_i} \mu_i(S_i) \frac{\partial}{\partial n} \frac{\partial}{\partial n} \ln R_i^{-1} dS_i =$$
$$= \frac{\alpha_0}{2\pi\lambda} \left(T_0 - \int\limits_{\gamma_0} \rho_0(S_0) \ln R_0^{-1} dS_0 - \sum_{i=1}^{M} \int\limits_{\gamma_i} \mu_i(S_i) \frac{\partial}{\partial n} \ln R_i^{-1} dS_i \right) \tag{21}$$

$$\mu_i(S_i)-\frac{1}{2\pi}\int\limits_{\gamma_i}\left(\mu_i(S_i)-\mu_i(\xi_i)\right)\frac{\partial}{\partial n}\ln R_i^{-1}(S_i,\xi_i)d\xi_i-\frac{1}{2\pi}\sum_{\substack{i=1\\ j\neq 1}}^{M}\int\limits_{\gamma_0}\mu_j(S_j)\frac{\partial}{\partial n}\ln R_j^{-1}dS_j-$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int\limits_{\gamma_0}\rho_0(S_0)\ln R_0^{-1}dS_0=T_i \qquad \left(i=\overline{1,M}\right), \tag{22}$$

Таким образом, задача распределения температурного поля по сечению лопатки газовых турбин сводится к решению системы граничных интегральных уравнений Фредгольма II рода с операторами логарифмических потенциалов двойного и простого слоя.

Интеграл

$$\int\limits_{\gamma_i}\mu_i(S_i)\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial}{\partial n}\ln R_i^{-1}dS_i \tag{23}$$

является не особенным и разрешается в обычных квадратурах.

Теоретическое обоснование метода произведено на основе применения метода теории потенциала (метода граничных интегральных уравнений). Для этого были разработаны сходящиеся квадратурные процессы и получены оценки погрешностей в терминах модулей непрерывности А.Зигмунда [6], [11].

При разработке численного метода расчета температурных полей лопаток ГТ помимо высокой точности следует также учесть его эффективность с точки зрения реализации на компьютерах, т.е. его экономичность, простоту реализации и реактивность. Последнее необходимо в связи с проведением многократных и многовариантных расчетов температурных полей лопаток ГТ, а с учетом выбора оптимального распределения температурного поля число этих вариантов резко возрастает.

Пусть γ -замкнутая гладкая несамопересекающаяся положительно ориентированная жордановая кривая в комплексной плоскости C, $z=z(s)$, $s\in[0,l]$ - уравнение γ в дуговых координатах, где l - длина обвода γ. Обозначив через C_γ класс непрерывных на γ функций, рассмотрим операторы

$$\widetilde{\rho}(z)=\int\limits_{\gamma}\rho(z(s)-\rho(z))\frac{\partial}{\partial n}\ln\frac{1}{|z(s)-z|}ds, \quad z\in\gamma \tag{24}$$

- логарифмический потенциал двойного слоя (ЛПДС) и

$$\widetilde{\rho}(z)=\int\limits_{\gamma}\rho(z(s))\ln\frac{1}{|z(s)-z|}ds, \qquad z\in\gamma \tag{25}$$

- логарифмический потенциал простого слоя (ЛППС) с плотностью $\rho\in C_\gamma$.

Эти операторы по своим структурным свойствам близки к сингулярным интегральным операторам по замкнутой кривой с непрерывной плотностью. Поэтому для их изучения необходимо использовать технику исследований сингулярных интегральных операторов с непрерывной плотностью, разработанной в работах А.Зигмунда, Н.И. Мусхелишвили, А.И. Гусейнова, Т.Г. Гегелия, Н.А.Давыдова, А.А. Бабаева, В.В. Салаева и др.

Для разработки квадратурных процессов с целью приближенного вычисления ЛПДС (24) и ЛППС (25) по замкнутым кривым в [11] проведены исследования, позволяющие разрабатывать принципиально новые двухпараметрические квадратурные формулы. Воспользуемся методикой, разработанной в [11].

Пусть $0=s_1<s_2<...<s_n<s_{n+1}=l$ и положим $z_\kappa=z(s_\kappa)$, $\kappa=\overline{1,n+1}$. Ясно, что при этом $z_1=z_{n+1}$. Множество $\{z_\kappa\}_{\kappa=\overline{1,n}}=\tau$ назовем разбиением контура γ, а величину $\|\tau\|=\max\limits_{\kappa=\overline{1,n}}|z_{\kappa+1}-z_\kappa|$ назовем мелкостью этого разбиения. Для фиксированного $\varepsilon>0$ обозначим $\tau_\varepsilon(z)=\{z_\kappa\in\tau:|z_\kappa-z|>\varepsilon\}$, где $z\in\gamma$.

Очевидно, что при достаточно малой мелкости разбиения τ множество $\tau_\varepsilon(z)$ не пусто. Всюду в дальнейшем предполагается, что для каждого разбиения $p\geq\varepsilon/\|\tau\|\geq\kappa=2$, причем постоянная p не зависит от разбиения τ.

В работе [11] для ЛПДС разработана двухпараметрическая квадратурная формула (в качестве параметров выступают разбиение τ и число ε), которая более точна, экономична (по числу арифметических и логических операций, занимаемой оперативной памяти, времени вычислений), проста и удобна при программировании.

В этой связи воспользуемся для вычисления ЛПДС (24) двухпараметрической квадратурной формулой, разработанной в [11]:

$$(Z_{\tau,\varepsilon}\rho)(z)=\sum_{z_\kappa\in\tau(z)}\left(\frac{\rho(z_{\kappa+1})+\rho(z_\kappa)}{2}-\rho(z)\right)P_\tau(z,z_\kappa),$$

где

$$P_\tau(z,z_\kappa)=\frac{(y_{\kappa+1}-y_\kappa)(x_\kappa-x)-(x_{\kappa+1}-x_\kappa)(y_\kappa-y)}{|z-z_\kappa|^2} \tag{26}$$

Следует отметить, что приведенная двухпараметрическая квадратурная формула (26) для вычисления ЛПДС хорошо наследует свойства самого оператора ЛПДС, а это оказалось существенным при математическом обосновании метода квадратур для численного решения граничного интегрального уравнения

Фредгольма II рода с дискретным оператором ЛПДС [11].

Для приближенного вычисления ЛППС построим следующую двухпараметрическую квадратурную формулу (в качестве параметров выступают разбиение τ и число ε), аналогичную квадратурной формуле (26)

$$\left(I_{\tau,\varepsilon}\rho\right)(z) = \sum_{z_\kappa \in \tau(z)} \frac{\rho(z_{\kappa+1}) + \rho(z_\kappa)}{2} \ln \frac{1}{|z_\kappa - z|} |z_{\kappa+1} - z_\kappa| \quad (27)$$

Используя приведенные выше квадратурные формулы (26), (27) для нахождения ρ_{im_i} был применен метод последовательных приближений для численного решения (21)-(22) по аналогичной методике, приведенной в [5].

Следует отметить, что впервые метод потенциала при решении стационарных задач теории теплопроводности для кусочно-однородных сред был использован А.И. Гусейновым [8]. Используя представление решения через потенциалы для случая М+1 областей, он свел задачу к решению системы интегральных уравнений.

Разработанный подход к моделированию температурного поля лопатки можно применить и к полым лопаткам со вставным дефлектором. При их рассмотрении дополнительно к граничным условиям III рода примыкают и условия сопряжения между участками разбиения контура в виде равенств температур и тепловых потоков [5]-[7]:

$$\mathrm{T}_\nu(x,y) = \mathrm{T}_{\nu+1}(x,y) \quad (28)$$

$$\frac{\partial T_\nu(x,y)}{\partial n} = \frac{\partial T_{\nu+1}(x,y)}{\partial n} \quad (29)$$

где ν – число участков разбиения контура сечения лопатки; *x, y* – координаты.

Требование постоянства температуры по длине сечения можно выполнить либо путем поддерживания повышенных температур охладителя T_B лишь в тех участках, где происходит увеличение α_B, либо рациональным перераспределением расхода воздуха G_B внутри лопатки с учетом неравномерности теплоподвода со стороны газа.

Однако, определение оптимальных значений температуры T_B и расхода G_B охладителя требует решения обратной задачи теплопроводности. Для этого нужно найти сначала решение прямой задачи теплопроводности при граничных условиях III рода со стороны газа и граничных услових I рода со стороны охлаждающего воздуха. В качестве граничных условий I рода следует задать такие значения температуры стенки лопатки со стороны воздуха $T_{ЛВ}$, которые соответствуют оптимальным. Т.е. в основе нахождения оптимальных температур лежит многокоратное решение (21), (22).

III. Выводы

Разработанные таким образом математическая модель и численный метод расчета температурных полей сопловых и рабочих лопаток ГТ с различными количеством и расположением охлаждающих каналов, имеющих сложную конфигурацию, в практических приложениях позволяет уменьшить дискретизацию областей интегрирования, повышая при этом точность результатов.

Для реализации методики составлены алгоритм и программное обеспечение на языке Turbo Pascal, результаты расчета по которым приведены в гл.5. (п.5.3) при определении температурного поля сопловой охлаждаемой лопатки первой ступени ГТ высокого давления установки ГТН-6У ОАО «Уралтурбо». Следует отметить, что при определении температурных полей лопаток ГТ целесообразно использование детально отработанных и многократно проверенных на практике эффективных методов решения задач внутренней гидравлики, опытных данных по гидравлическим сопротивлениям и граничным условиям теплообмена.

Литература

[1] Теплоотдача в охлаждаемых деталях газотурбинных двигателей летательных аппаратов / В.И. Локай, М.Н. Бодунов, В.В. Жуйков, Ф.В. Щукин. М.: Машиностроение, 1985, 216с.
[2] Теплообменные аппараты и системы охлаждения газотурбинных и комбинированных установок. В.Л.Иванов, А.И.Леонтьев, Э.А.Манушин, М.И.Осипов. Под ред. А.И.Леонтьева. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004, 592с.
[3] Галицейский Б.М., Совершенный В.Д., Формалев В.Ф., Черный М.С. Тепловая защита лопаток турбин. М.: изд-во МАИ, 1996, 356 с.
[4] Копелев С.З., Слитенко А.Ф. Конструкция и расчет систем охлаждения ГТД. Под. Ред. Слитенко А.Ф. Харьков; Изд-во “Основа” при Харьк. Ун-те, 1994, 240с
[5] Пашаев А.М., Садыхов Р.А., Самедов А.С., Ардил Д. Численное моделирование температурных полей в элементах авиационных газовых турбин. Научный вестник МГТУ Гражданской Авиации, серия «Эксплуатация воздушного транспорта и ремонт авиационной техники. Безопасность полетов» М.: МГТУ ГА, 2005, №85 (3), с.109-120.
[6] Пашаев А.М., Аскеров Д.Д., Садыхов Р.А. Моделирование температурных полей в авиационных газотурбинных двигателях. Труды ЦАГИ им. Н.Е. Жуковского, вып. 2661. М.: изд-во ЦАГИ, 2003, 16 с.
[7] Пашаев А.М., Садыхов Р.А., Самедов А.С. Моделирование температурных полей лопаток газовых турбин. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия “Машиностроение”. Вып. 38, №1, 2000, с.70-77.
[8] Садыхов Р.А., Самедов А.С. Моделирование температурных полей элементов газовых турбин. Ученые записки Аз.ТУ. Том VI, №5. Баку, изд-во Аз.ТУ, 1998, с.234-239.
[9] Голубева О.И. К определению температурного поля лопаток газовых турбин. / Труды ЦИАМ №129. М.: Оборонгиз, 1947, 16с.
[10] Зысина-Моложен Л.М., Зысин Л.В., Поляк М.П. Теплообмен в турбомашинах. Л.: Машиностроение, 1974, 336с.
[11] Садыхов Р.А. К численному решению интегральных уравнений Фредгольма II рода с логарифмической особенностью. М.,1984. Деп. ВИНИТИ №6601-84. 19с